

---

# Sequenciamento e Controlo das Actividades Produtivas

## Slide 1

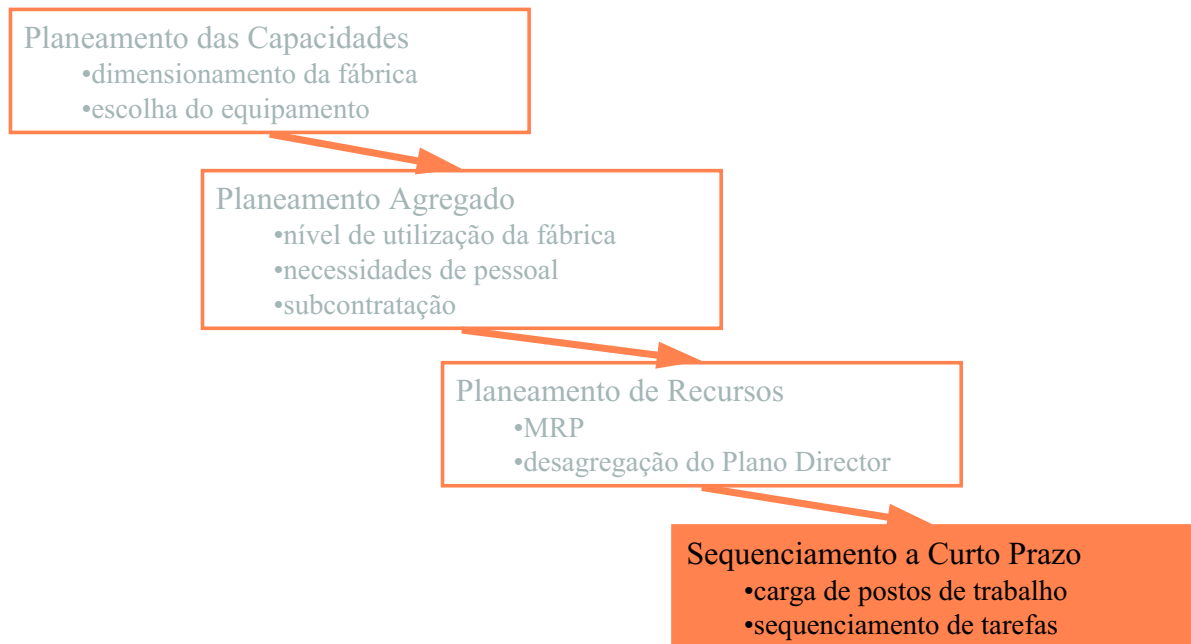
Transparências de apoio à leccionação de aulas teóricas

Versão 1

©2001

Maria Antónia Carravilla – FEUP

Slide 2



## Controlo das Actividades Produtivas

---

Técnicas de gestão das prioridades e das capacidades usadas para:

- sequenciar actividades produtivas;
- controlar actividades produtivas.

Slide 3

- Controlo das prioridades

Assegurar que as actividades produtivas seguem o plano definido pelo MRP, controlando os fornecimentos internos e externos.

- Controlo das capacidades

Monitorização dos postos de trabalho, assegurando que que estão produzir as quantidades planeadas.

## Controlo das Actividades Produtivas – Objectivos

---

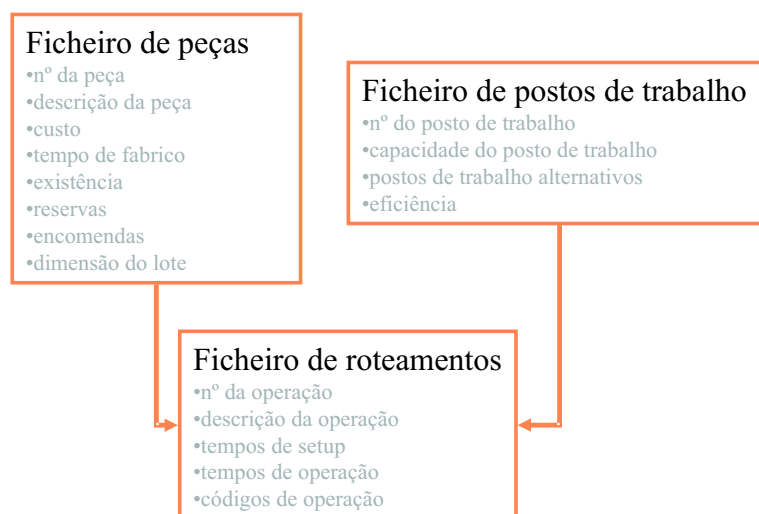
- Manter conhecimento sobre o estado actual das tarefas  
*que tarefas estão a ser realizadas e em que locais*
- Determinar as operações seguintes a realizar  
*que tarefas devem ser realizadas a seguir em cada posto de trabalho*
- Assegurar que os materiais e as capacidades são adequados  
*garantir que existem os materiais necessários e que existe capacidade suficiente para realizar as operações*
- Maximizar a eficiência  
*maximizar a utilização da mão-de-obra e das máquinas e minimizar stocks, tempos de setup*
- Manter controlo operacional  
*monitorizar a evolução das operações e desencadear acções correctivas sempre que necessário*

Slide 4

## Controlo das Actividades Produtivas – Base de dados

---

Planeamento

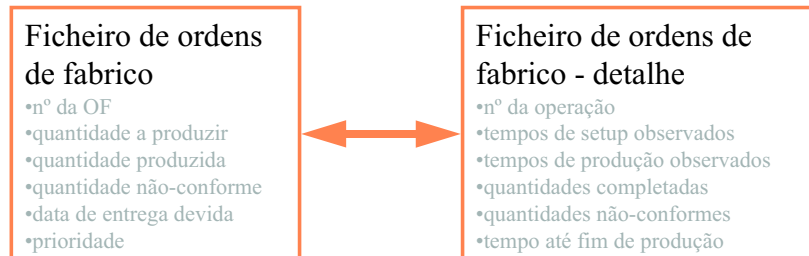


Slide 5

## Controlo das Actividades Produtivas – Base de dados

---

Controlo



Slide 6

## Tipos de sistemas de produção

---

- Sistemas de produção contínua

Caracterizam-se por terem um número limitado de produtos em linhas de produção estáveis.

Simplificação do planeamento e do controlo.

- Sistemas de produção intermitentes

Produção por lotes de uma grande variedade de produtos, utilizando equipamentos comuns.

Cada ordem de fabrico tem que ser encaminhada através dos centros de trabalho, de acordo com o seu roteamento.

Geram-se filas de espera (em-cursos) à entrada de cada posto de trabalho.

- Projectos

Sequências e localizações únicas para cada uma das tarefas.

Existem ferramentas de gestão próprias (CPM e PERT)

Slide 7

## Sequenciamento a curto prazo — Exemplos

---

### Hospital

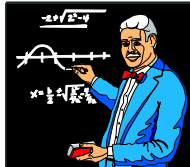
tratamentos ambulatoriais  
horários de enfermeiros e médicos  
salas para operações



© 1994-1994 T/Maker Co.

### Ensino

horários professores  
horários salas  
afecção de equipamentos audiovisuais



© 1994-1994 T/Maker Co.

### Indústria

produção  
compras  
horários dos funcionários



© 1994-1994 T/Maker Co.

### Companhias aéreas

manutenção aviões  
horários de partidas  
horários das tripulações e pessoal de terra

Slide 8

## Definição de Sequenciamento

---

Sequenciamento é a afectação óptima no tempo de recursos escassos na forma de **máquinas**, a actividades designadas por **tarefas**, sujeita às restrições básicas de que em qualquer instante nenhuma **máquina** processa mais do que uma **tarefa** e nenhuma **tarefa** é processada por mais do que uma **máquina**.

Slide 9

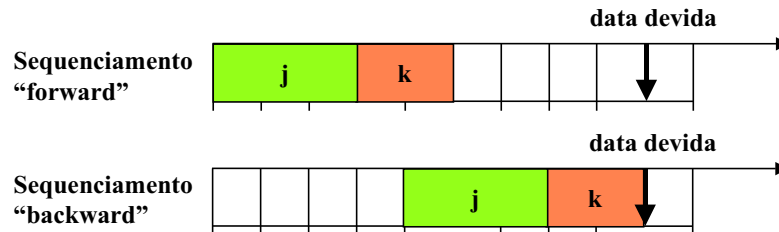
[Lenstra e Rinnoy Kan 1984]

## Sequenciamento “Backward” e “Forward”

---

Sequenciamento “Forward”:

- Sequenciamento tem início logo que se conhecem os pedidos.
- Pode dar origem a grandes stocks de produto acabado.



Slide 10

Sequenciamento “Backward”:

- Sequenciamento inicia-se a partir da data devida da última operação.
- Lógica MRP.
- Usado em diversos tipos de indústrias, no “catering” e também do sequenciamento de actos cirúrgicos.

## Métodos de Sequenciamento — Regras para definição de prioridades

---

- FIFO — first in first out
- EDD — earliest due date
- LS — least slack (slack = data devida - tempo de processamento em falta)
- SPT — shortest processing time
- LPT — longest processing time
- Prioridades
- Ordem aleatória
- Quociente crítico (critical ratio CR)

Slide 11

$$CR = \frac{\text{tempo até data devida}}{\text{tempo de trabalho até conclusão}} = \frac{\text{data devida} - \text{data actual}}{\text{tempo de trabalho até conclusão}}$$

## Um exemplo de sequenciamento

---

Considere que pretende realizar 4 tarefas numa só máquina, considere também que cada tarefa ocupa a máquina durante um determinado tempo e que uma vez iniciado o seu processamento, este não poderá ser interrompido. Cada tarefa tem uma data devida.

Slide 12

Tarefa	A	B	C	D
Tempo de processamento	4	1	2	3
Data devida	1	4	5	9

## Um exemplo de sequenciamento

---

Relativamente ao exemplo de sequenciamento apresentado, pretende-se determinar as sequências de tarefas, seguindo as regras:

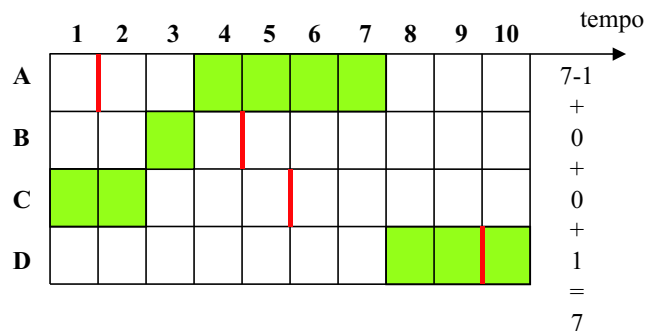
Slide 13

- FIFO
- EDD
- LS
- SPT
- LPT
- ordem crescente de CR

## Um exemplo de sequenciamento

Relativamente ao exemplo de sequenciamento apresentado, determine uma sequência de tarefas, considerando que se pretende minimizar a soma dos atrasos na conclusão de cada tarefa, relativamente à respectiva data devida.

Uma sequência particular ( C, B, A, D ) está representada na figura seguinte:



Slide 14

Para este exemplo há 24 (4!) sequenciamentos possíveis.

Para 10 tarefas o número de sequenciamentos possíveis seria  $2.4 \times 10^{24}$

Para 50 tarefas o número de sequenciamentos possíveis seria  $3.0 \times 10^{64}$

## Classificação de problemas de sequenciamento

Graham et al 1979 sugeriu um esquema para classificação dos problemas de sequenciamento:

$$\alpha \mid \beta \mid \gamma$$

- $\alpha$  – características associadas às máquinas
- $\beta$  – características associadas às tarefas
- $\gamma$  – função objectivo

Slide 15

Exemplos:

$$\begin{array}{c|c|c}
 \alpha & \beta & \gamma \\
 1 & r_j & L_{MAX} \\
 1 & & L_{MAX} \\
 1 & r_j, p_j = p & L_{MAX} \\
 J2 & p_{ij} = 1 & C_{MAX}
 \end{array}$$



## Classificação de problemas de sequenciamento

### $\alpha$ – características associadas às máquinas

---

- problemas com um tipo de máquina
  - máquina única
  - máquinas paralelas (idênticas, uniformes ou não relacionadas)
- problemas com vários tipos de máquinas

#### Slide 16

- OPEN-SHOP: a tarefa  $J_i$  tem que sofrer um conjunto de operações  $\{O_{1i}, \dots, O_{mi}\}$ , onde a operação  $O_{ji}$  tem que ser realizada na máquina  $j$ . A ordem pela qual se realizam as operações é irrelevante.
- JOB-SHOP: a tarefa  $J_i$  tem que sofrer um conjunto de operações  $\{O_{1i}, \dots, O_{mi}\}$ , onde a operação  $O_{ji}$  tem que ser realizada na máquina  $j$ . A ordem pela qual se realizam as operações numa tarefa é fixa, mas pode variar de tarefa para tarefa.
- FLOW-SHOP: a tarefa  $J_i$  tem que sofrer um conjunto de operações  $\{O_{1i}, \dots, O_{mi}\}$ , onde a operação  $O_{ji}$  tem que ser realizada na máquina  $j$ . A ordem pela qual se realizam as operações é fixa e idêntica para cada tarefa.

## Classificação de problemas de sequenciamento

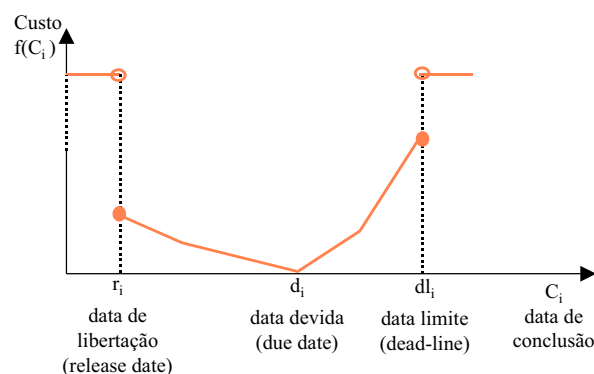
### $\beta$ – características associadas às tarefas

---

As tarefas podem ter:

- tempo de processamento  $p_i$
- data de libertação  $r_i$
- data devida  $d_i$
- data limite  $dl_i$

#### Slide 17



## Classificação de problemas de sequenciamento

### $\gamma$ – função objectivo

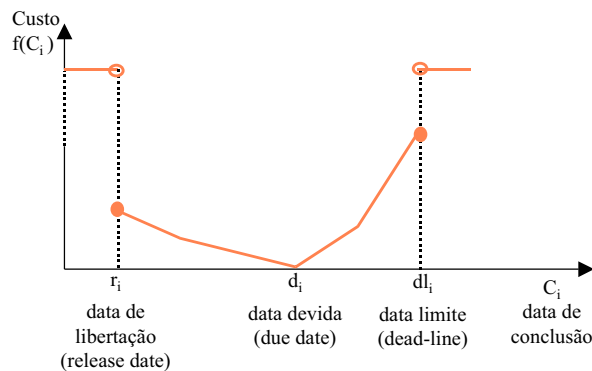
---

Para uma determinada sequência, o custo associado à tarefa  $i$  é função do seu período de conclusão  $C_i$  ( $f_i(C_i)$ ).

O objectivo dos problemas de sequenciamento é encontrar uma sequência que minimize:  $\mathcal{F}(f_i(C_i))$

#### Slide 18

Na figura seguinte apresenta-se o exemplo de uma função custo para uma tarefa  $i$ .



## Classificação de problemas de sequenciamento

### $\gamma$ – função objectivo

---

Objectivos:

- Minimização do tempo total até conclusão.
- Minimização dos em-cursos.
- Maximização da utilização do equipamento.
- Minimização do tempo de espera dos clientes.

#### Slide 19

## Problemas com uma só máquina

### $1||\sum w_{it}x_{it}$ — Uma formulação

- Índices  
**tarefa** —  $i \in \{1, \dots, n\}$   
**período** —  $t \in \{1, \dots, T\}$
- Dados  
 $p_i$  — tempo de processamento da tarefa  $i$ .  
 $w_{it}$  — custo associado ao facto de a tarefa  $i$  se iniciar no período  $t$ .  
O processamento de uma tarefa não pode ser interrompido.

Slide 20

- Variáveis de decisão  

$$x_{it} \begin{cases} 1 & \text{se a tarefa } i \text{ se inicia no período } t \\ 0 & \text{se não} \end{cases}$$
- Função Objectivo

$$\min \sum_{i,t} w_{it} x_{it}$$

- Restrições

$$\forall_i \quad \sum_{t=1}^{T-p_i+1} x_{it} = 1 \quad (15)$$

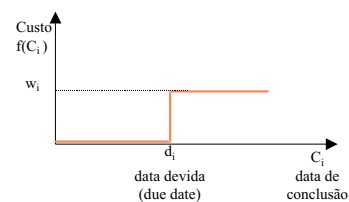
$$\forall_t \quad \sum_{i=1}^n \sum_{s=t-p_i+1}^t x_{is} \leq 1 \quad (16)$$

As restrições (15) garantem que todas as tarefas são iniciadas exactamente uma vez. As restrições (16) garantem que só é processada uma tarefa de cada vez.

## Problemas com uma só máquina

### Minimizar o número pesado de tarefas com atraso $1||\sum w_i U_i$

- Uma máquina
- $n$  tarefas, cada tarefa tem:
  - tempo de processamento,  $p_i$
  - data devida,  $d_i$ , ( $d_i \geq p_i$ )
  - custo associado ao atraso da tarefa,  $w_i$



Slide 21

**Prop.** Uma sequência óptima pode ser descrita por dois conjuntos disjuntos:

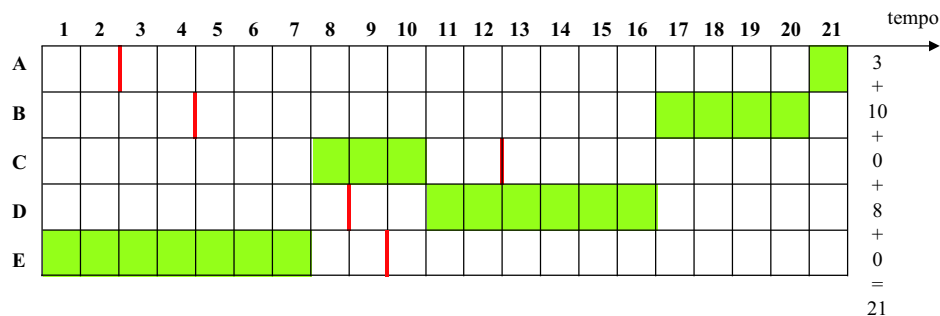
- Um conjunto de tarefas sem atraso, ordenadas por data de entrega (EDD).
- Um conjunto de tarefas com atraso, com uma ordenação arbitrária.

## 1|| $\sum w_i U_i$ — Um exemplo

Tarefa	A	B	C	D	E
Tempo de processamento ( $p_i$ )	1	4	3	6	7
Data devida ( $d_i$ )	2	5	13	9	10
Custo do atraso ( $w_i$ )	3	10	5	8	8

Uma sequência particular ( **E, C, D, B, A** ) está representada na figura seguinte:

### Slide 22



À sequência apresentada corresponde um valor da função objectivo  $\sum w_i U_i = 21$

## 1|| $\sum w_i U_i$ — Alguns casos especiais:

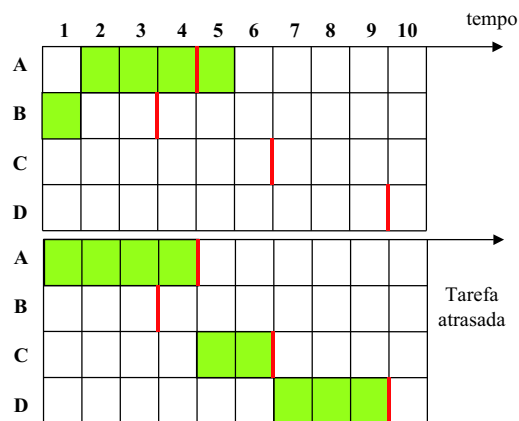
- 1||  $\sum w_i U_i$   
Este caso geral é NP-Completo [Karp 72]
- 1||  $\sum U_i$  — pesos iguais  
Algoritmo de Moore (de ordem  $O(n \log n)$ ):
  1. Acrescentar as tarefas à sequência, por ordem de data devida (EDD).
  2. Se a inclusão da tarefa  $i$ , resultar em esta ser completada com atraso, seleccionar a tarefa já sequenciada com maior  $p_i$ , considerá-la em atraso e removê-la da sequência.
- 1| $p_i = p$ |  $\sum w_i U_i$  — tempos de processamento iguais  
Problema de afectação [Lawler 76]
- 1| $p_i < p_j \Rightarrow w_i \geq w_j$ |  $\sum w_i U_i$  — pesos “agradáveis”  
Generalização do algoritmo de Moore [Lawler]
- 1| $d_i = d$ |  $\sum w_i U_i$  — datas devidas iguais  
Problema de mochila (relativamente fácil)

### Slide 23

# $1 || \sum U_i$ — Resolução de um exemplo pelo algoritmo de Moore

Tarefa	A	B	C	D
Tempo de processamento	4	1	2	3
Data devida	4	3	6	9

Slide 24



## $1 || \sum w_i U_i$ — Uma formulação

- Índices  
**tarefa** —  $i \in \{1, \dots, n\}$
- Dados  
 $p_i$  — tempo de processamento da tarefa  $i$ .  
 $w_i$  — custo associado ao atraso da tarefa  $i$ .

As tarefas estão ordenadas por data de entrega e o processamento de uma tarefa não pode ser interrompido.

- Variáveis de decisão  

$$U_i \begin{cases} 1 & \text{se tarefa } i \text{ sem atraso} \\ 0 & \text{se tarefa } i \text{ com atraso} \end{cases}$$
- Função Objectivo

$$\max \sum_i w_i U_i$$

- Restrições

$$\forall_i \quad \sum_{j=1}^i p_j U_j \leq d_i$$

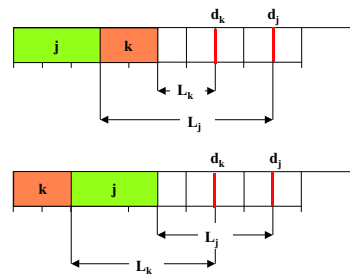
Slide 25

### $1||\sum L_{MAX} = 1||\max_i (C_i - d_i)$ — Alguns casos especiais:

---

- $1||L_{max}$

Regra de Jackson: Ordenar as tarefas por EDD.



Slide 26

- $1|r_i; p_i = p|L_{max}$  — tempos de processamento iguais

Regra de Jackson estendida:

Ordenar as tarefas livres ( $t \geq r_i$ ) por EDD.

- $1|r_i|\sum L_{MAX}$

Não existe nenhum bom algoritmo para resolver este problema.

### $1||\sum w_j C_j$ — Alguns casos especiais:

---

- $1||\sum w_j C_j$

Regra de Smith:

Ordenar as tarefas por  $\frac{p_j}{w_j}$  crescente.

- $1||\sum C_j$

Ordenar as tarefas por tempo de processamento crescente.

Slide 27

- $1|r_j; pmtn|\sum C_j$

Fácil

- $1|r_j; pmtn|\sum w_j C_j$

Difícil

## Problemas com várias máquinas paralelas

---

- Cada tarefa  $J_i$  pode ser realizada em qualquer uma das  $m$  máquinas paralelas  $M_1, \dots, M_m$ .
- O tempo de processamento da tarefa  $i$  na máquina  $k$  é  $p_{ki}$  unidades de tempo.
- Uma tarefa não pode ser realizada em duas máquinas ao mesmo tempo.
- Objectivo: determinar uma sequência tal que o tempo total de execução (Makespan)  $C_{MAX} = \max_i \{C_i\}$  seja mínimo.
- $\boxed{P}$  — Máquinas idênticas:  $\forall_k p_{ki} = p_i$
- $\boxed{Q}$  — Máquinas uniformes:  $\forall_k p_{ki} = \frac{p_i}{s_k}$ , onde  $s_k$  é a rapidez da máquina  $k$ .
- $P|pmtn|C_{MAX}$  — fácil
- $Q|pmtn|C_{MAX}$  — fácil

Slide 28

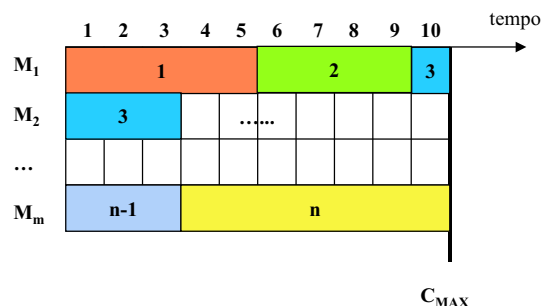
## Problemas com várias máquinas paralelas

---

 $P|pmtn|C_{MAX}$ 

Tempo de conclusão máximo óptimo  $C_{MAX}^* = \max \{ \max_i \{p_i\}, \frac{1}{m} \sum p_j \}$

Regra de Mc Naughton:



Slide 29

## Problemas com várias máquinas

### Tarefas com operações múltiplas

---

Slide 30

- Cada tarefa  $J_i$  tem operações  $\{O_{1i}, \dots, O_{mi}\}$  a serem realizadas em máquinas  $M_1, \dots, M_m$ .
- Cada operação  $O_{ki}$  deve ser realizada numa determinada máquina durante  $p_{ki}$  unidades de tempo.
- Não se podem realizar simultaneamente duas operações da mesma tarefa.
- Objectivo: determinar uma sequência tal que o tempo total de execução (Makespan)  $C_{MAX} = \max_i \{C_i\}$  seja mínimo.

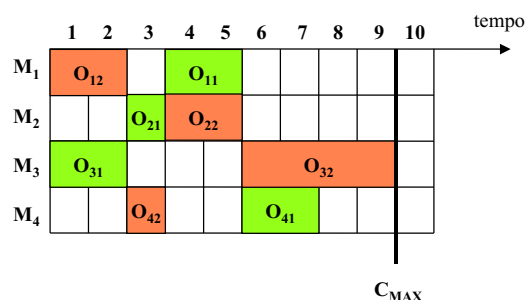
## Tarefas com operações múltiplas

### Open Shop

---

Uma tarefa  $J_i$  tem operações  $\{O_{1i}, \dots, O_{mi}\}$ . A operação  $O_{ki}$  é processada na máquina  $M_k$ . A ordem das operações não é importante.

Slide 31



- $O_2 || C_{MAX}$  — fácil
- $O_m | pmtn | C_{MAX}$  — fácil

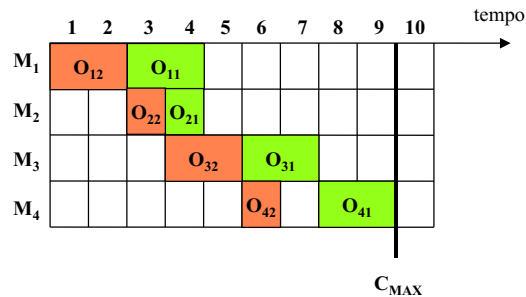


## Tarefas com operações múltiplas

### Flow Shop

---

Uma tarefa  $J_i$  tem operações  $\{O_{1i}, \dots, O_{mi}\}$ . A operação  $O_{ki}$  é processada na máquina  $M_k$ . A ordem das operações em cada máquina é a mesma.



Slide 32

- $F_2 || C_{MAX}$  — fácil (caso excepcional)
- $F_3 | pmtn | C_{MAX}$  — difícil

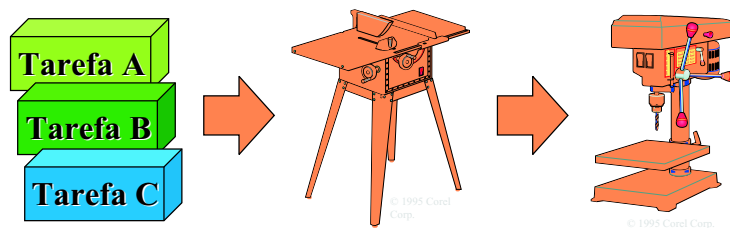
### Flow Shop — $F_2 || C_{MAX}$

---

Algoritmo de Johnson

1. Listar todas as tarefas por ordem crescente de tempo de processamento mínimo  $pmi_i = \min \{p_{1i}, p_{2i}\}$ .
2. Retirar a primeira tarefa da lista. Se  $pmi_i = p_{1i}$ , colocar a tarefa no início da sequência. Se  $pmi_i = p_{2i}$ , colocar a tarefa no fim da sequência.
3. Voltar a 2.

Slide 33



## $F_2||C_{MAX}$ — Resolução de um exemplo pelo algoritmo de Johnson

Tarefa	A	B	C	D	E
$p_{1i}$	5	3	8	10	7
$p_{2i}$	2	6	4	7	12

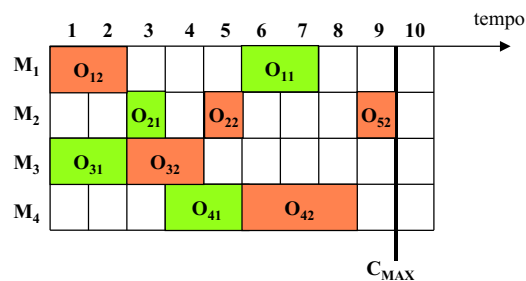
### Slide 34

					A
B					A
B			C		A
B	E	D	C		A

## Tarefas com operações múltiplas Job Shop

Uma tarefa  $J_i$  tem operações  $\{O_{1i}, \dots, O_{mi}\}$ . A operação  $O_{ki}$  é processada na máquina  $M_{\mu ki}$ . Cada tarefa tem que percorrer uma sequência de máquinas precisa.

### Slide 35



- $J_2||C_{MAX}$  — difícil
- $J_2|pmtn|C_{MAX}$  — difícil

## Bibliografia

---

- Heizer, Jay and Render, Barry (1999). *Operations Management*, Prentice-Hall, 3<sup>a</sup> edição.
- Monks, J. G. (1987). *Operations Management - Theory and Problems*, McGraw-Hill International Editions, 3<sup>a</sup> edição.
- Schroeder, Roger G. (1989). *Operations Management, Decision Making in the Operations Function*, McGraw-Hill International Editions.
- Sousa, Jorge Pinho (1990). *Scheduling Problems in Production Management (Models and Applications)*, COMETT.

Slide 36